МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 51: 621: 891 + 06 DOI 10.12737/10393

Стратификация смазочного материала в радиальных подшипниках *

М. А. Мукутадзе**
Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Stratification of lubricating material in radial bearings ***

M. A. Mukutadze**
Rostov State University of Transport, Rostov-on-Don, Russian Federation

Приводится методика расчёта радиальных подшипников скольжения бесконечной и конечной длины, работающих на стратифицированном двухслойном смазочном материале. Методика построена на использовании автомодельной переменной, что позволяет получить точное автомодельное решение задачи как в полярных, так и в цилиндрических координатах, а также значение параметра, характеризующего границу раздела стратифицированных слоёв. Приведённые задачи усложнены одновременным учётом зависимости вязкости смазочного материала от давления, наличием адаптированного к условиям трения опорного профиля подшипниковой втулки и влиянием осевой подачи смазочного материала в подшипнике конечной длины. Получены расчётные модели для двухслойных расслаивающихся смазочных материалов, численный анализ которых позволил установить влияние переменных факторов на основные рабочие характеристики подшипников — компоненты вектора несущей способности, силы трения и оптимальные значения параметра опорного профиля, подачи смазочного материала, его вязкостного соотношения в стратифицированных слоях.

Ключевые слова: Радиальный подшипник, двухслойный смазочный материал, осевая подача смазочного материала, зависимость вязкости от давления, несущая способность, сила трения, функции тока, автомодельное решение.

The technique of calculating the radial sliding bearings of infinite and finite length running on a double-layer stratified lubricant is presented. The technique is based on the use of the self-simulated variable that allows obtaining the exact self-similar problem solution both in polar and in cylindrical coordinates, as well as the parameter value characterizing the interface of the stratified layers. These tasks are complicated by the simultaneous consideration of the lubricant viscosity-pressure relation, the presence of the friction-adapted supporting profile of the bearing bush, and the effect of the axial lubricant feed in the finite-length bearing. As a result, computational models are obtained for two-layer stratified lubricants the numerical analysis of which allows establishing the impact of variables on the basic bearings performance – components of the bearing capacity vector, friction forces, as well as optimal values of the reference profile parameter, the lubricant supply, and its viscous ratio in the stratified layers.

Keywords: radial bearing, double-layer lubricant, axial lubricant feed, viscosity-pressure relation, bearing capacity, friction force, stream functions, self-similar solution.

Введение. Как известно [1–3], при наличии в смазочной жидкости частиц присадок или продуктов износа, а также за счет пристенной адсорбции и ориентации молекул, вблизи опорной поверхности подшипниковой втулки происходит стратификация смазочного материала на слои с различной вязкостью. Слоистое течение вязкой несжимаемой жидкости в зазоре упорного и радиального подшипников рассматривалось в работах [4–9]. Существенный недостаток существующих методик заключается в том, что в расчетной модели не учитывается зависимость вязкости от давления. При больших значениях давления в смазочном слое вязкость смазки существенно возрастает и возникает необходимость учета зависимости вязкости от давления.

Постановка задачи. Цель работы — разработать аналитический метод расчета радиальных подшипников, работающих на двухслойной смазке, с учетом зависимости ее вязкости от давления. Также необходимо оценить влияние вязкостного

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** e-mail: vm_2@kaf.rgups.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

отношения слоев; параметра, характеризующего границу раздела слоев на основные рабочие характеристики подшипника; параметра, обусловленного зависимостью вязкости от давления при осевой подаче смазки.

Задача № 1. Рассматривается течение двухслойного смазочного материала в зазоре радиального подшипника бесконечной длины. Вал вращается с угловой скоростью Ω, а подшипниковая втулка с адаптированным профилем опорной поверхности неподвижна. Зависимость вязкости от давления выражается формулой

$$\mu_i' = \mu_{0_i} e^{\tilde{\alpha}^* p'}. \tag{1.1}$$

В полярной системе координат с полюсом в центре вала (рис. 1. 1) уравнения контуров вала, границы раздела слоев и адаптированного контура опорной поверхности запишутся в виде:

$$c_0 : r' = r_0; \quad c_1 : r' = r_0 + \delta\alpha + \delta\alpha\cos\theta - \alpha A\sin\omega\theta;$$

$$c_2 : r' = r_2 + e\cos\theta - A\sin\omega\theta, \quad \text{где} \quad \alpha \in [0,1]. \tag{1.2}$$

Здесь r_0 — радиус вала; r_2 — радиус подшипника; $r_0 + \delta\alpha$ — радиус границы раздела слоев; параметры A и ω характеризуют адаптированный профиль опорной поверхности.

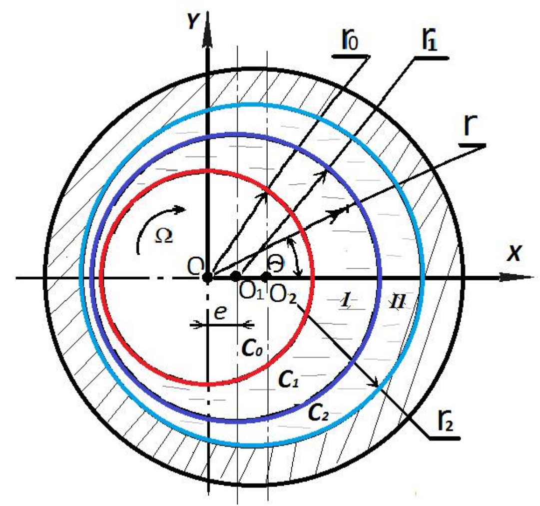


Рис. 1.1. Схема радиального подшипника с двухслойной стратификацией жидкого смазочного материала

Исходные уравнения и граничные условия. В качестве системы исходных уравнений берется безразмерное уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости с учетом зависимости вязкости от давления и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial^2 \upsilon_i}{\partial r^2} = e^{-\tilde{\alpha} p} \Lambda_i \frac{dp}{d\theta}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial r} + \frac{\partial \upsilon_i}{\partial \theta} = 0 \quad (i = 1, 2), \tag{1.3}$$

где размерные величины $r', u_i', \upsilon_i', p', \mu_i'$ связаны с безразмерными $r, u_i, \upsilon_i, p, \mu_i$ следующими соотношениями:

$$r' = r_0 + \delta r, \quad \upsilon_i' = \Omega r_0 \upsilon_i, \quad u_i' = \Omega\delta u_i, \quad p' = p_g p, \quad \mu_i' = \mu_{0i}\mu_i, \quad \delta = r_2 - r_0, \tag{1.4}$$

где $\tilde{\alpha}$ — экспериментальная постоянная; μ_{0i} — характерные вязкости смазочных слоев; u_i', υ_i' — компоненты вектора скорости; Ω — угловая скорость вращения вала; p_g — характерное давление.

Система уравнений (1.3) решается при следующих граничных условиях:

$$u_1\big|_{r=0} = 0, \ \upsilon_1\big|_{r=0} = 1, \quad p(0) = p(2\pi) = 1,$$

$$u_2\big|_{r=h(\theta)} = 0, \quad \upsilon_2\big|_{r=h(\theta)} = 0; \quad u_1\big|_{r=\alpha h} = u_2\big|_{r=\alpha h}, \quad \upsilon_1\big|_{r=\alpha h} = \upsilon_2\big|_{r=\alpha h};$$

$$\frac{\partial \upsilon_1}{\partial r}\Big|_{r=\alpha h} = \frac{\mu_{02}}{\mu_{01}} \frac{\partial \upsilon_2}{\partial r}\Big|_{r=\alpha h}, \quad \frac{u_i}{\upsilon_i}\Big|_{r=\alpha h} = \alpha h'(\theta),$$

$$h(\theta) = 1 + \eta\cos\theta - \eta_1\sin\omega\theta, \quad \eta = e/\delta, \quad \eta_1 = A/\delta. \tag{1.5}$$

Точное автомодельное решение. Точное автомодельное решение системы уравнений (1.3), удовлетворяющее граничным условиям (1.5), будем искать, используя функцию тока, предполагая, что поле скоростей и давлений в смазочном слое является потенциальным:

$$u_i = -\frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} + U_i(r,\theta), \quad \upsilon_i = \frac{\partial \psi}{\partial r} + V_i(r,\theta), \quad \psi_i = \tilde{\psi}_i(\xi),$$

$$U_i(r,\theta)=-\tilde{u}_i(\xi)h'(\theta),\quad V_i(r,\theta)=\tilde{\upsilon}_i(\xi),\quad \xi=\frac{r}{h(\theta)},\quad \frac{\Lambda_1}{e^{\tilde{\alpha}p}}\frac{dp_1}{d\theta}=\frac{\tilde{c}_1}{h^2(\theta)}+\frac{\tilde{c}_2}{h^3(\theta)},$$

$$\frac{\Lambda_2}{e^{\tilde{\alpha}p}}\frac{dp_2}{d\theta}=\frac{\tilde{\tilde{c}}_1}{h^2(\theta)}+\frac{\tilde{\tilde{c}}_2}{h^3(\theta)}, \tag{1.6}$$

где $\tilde{c}_1=\frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\tilde{\tilde{c}}_1,\quad \tilde{c}_2=\frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}\tilde{\tilde{c}}_2.$

Осуществляя подстановку (1.6) в (1.3) и (1.5), получим:

$$\tilde{\psi}_1'''=\tilde{c}_2,\quad \tilde{\upsilon}_1''=\tilde{c}_1,\quad \tilde{u}_1'+\xi\upsilon_1'=0,\quad \tilde{\psi}_2'''=\tilde{\tilde{c}}_2,\quad \tilde{\tilde{\upsilon}}_2=\tilde{\tilde{c}}_1,\quad \tilde{u}_2'+\xi\upsilon_2'=0, \tag{1.7}$$

$$\tilde{\psi}_1'(0)=0;\quad \tilde{u}_1(0)=0,\quad \tilde{\upsilon}_1(0)=1,\quad \psi_2'(1)=0,\quad \tilde{u}_2(1)=0,$$

$$\tilde{\upsilon}_2(1)=0,\quad \tilde{\psi}_1'(\alpha)=\tilde{\psi}_2'(\alpha),\quad \tilde{\upsilon}_1(\alpha)=\tilde{\upsilon}_2(\alpha),\quad \tilde{u}_1(\alpha)=\tilde{u}_2(\alpha),$$

$$\upsilon_1'(\alpha)=\frac{\mu_2}{\mu_1}\tilde{\upsilon}_2'(\alpha),\quad \tilde{\psi}_1''(\alpha)=\frac{\mu_2}{\mu_1}\psi_2''(\alpha),\quad \int_0^\alpha\tilde{\upsilon}_1(\xi)+\int_\alpha^1\tilde{\upsilon}_2(\xi)d\xi=0. \tag{1.8}$$

Решение задачи (1.7)–(1.8) находится с помощью непосредственного интегрирования. В результате получим:

$$\tilde{\psi}_1'=\tilde{c}_2\frac{\xi^2}{2}+c_2\xi+c_3,\quad \tilde{\upsilon}_1=\tilde{c}_1\frac{\xi^2}{2}+c_6\xi+c_7,$$

$$\tilde{\psi}_2'=\tilde{\tilde{c}}_2\frac{\xi^2}{2}+c_4\xi+c_5,\quad \tilde{\upsilon}_2=\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\xi^2}{2}+c_8\xi+c_9,$$

$$\tilde{u}_1=-\tilde{c}_1\frac{\xi^3}{3}-c_6\frac{\xi^2}{2}+c_{10},\quad \tilde{u}_2=-\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\xi^3}{3}-c_8\frac{\xi^2}{2}+c_{11},$$

$$\Lambda_1e^{\tilde{\alpha}p}=\Lambda_1e^{\tilde{\alpha}}-\tilde{\alpha}\left[\tilde{c}_1J_2(\theta)+\tilde{c}_2J_3(\theta)\right],\quad \Lambda_2e^{\tilde{\alpha}p}=\Lambda_2e^{\tilde{\alpha}}-\tilde{\alpha}\left[\tilde{\tilde{c}}_1J_2(\theta)+\tilde{\tilde{c}}_2J_3(\theta)\right],$$

$$J_K(\theta)=\int_0^0\frac{d\theta}{(1+\eta\cos\theta-\eta_1\sin\omega\theta)^K}. \tag{1.9}$$

Для определения постоянных $c_i(i=2,3,...,11)\,\tilde{c}_1,\tilde{c}_2,\tilde{\tilde{c}}_1,\tilde{\tilde{c}}_2$ используется следующая алгебраическая система из 14 уравнений с 14 неизвестными:

$$c_7=1,\quad c_{10}=0,\quad c_3=0,$$

$$-\tilde{\tilde{c}}_1\frac{1}{3}-c_8\frac{1}{2}+c_{11}=0,\quad \tilde{\tilde{c}}_1\frac{1}{2}+c_8+c_9=0,\quad \tilde{\tilde{c}}_2\frac{1}{2}+c_4+c_5=0,$$

$$\tilde{c}_1=\frac{\mu_2}{\mu_1}\tilde{\tilde{c}}_1,\quad \tilde{c}_2=\frac{\mu_2}{\mu_1}\tilde{\tilde{c}}_2,\quad \tilde{\tilde{c}}_2=-\frac{\tilde{\tilde{c}}_1J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)},$$

$$\tilde{c}_1\alpha+c_6=\frac{\mu_2}{\mu_1}\left(\tilde{\tilde{c}}_1\alpha+c_8\right),\quad \tilde{c}_2\alpha+c_2=\frac{\mu_2}{\mu_1}\left(\tilde{\tilde{c}}_2\alpha+c_4\right),$$

$$\tilde{c}_2\frac{\alpha^2}{2}+c_2\alpha+c_3-\tilde{\tilde{c}}_2\frac{\alpha^2}{2}-c_4\alpha-c_5=0;$$

$$\tilde{c}_1\frac{\alpha^2}{2}+c_6\alpha+c_7-\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\alpha^2}{2}-c_8\alpha-c_9=0,$$

$$\tilde{c}_1\frac{\alpha^3}{6}+c_6\frac{\alpha^2}{2}+c_7\alpha-\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\alpha^3}{6}-c_8\frac{\alpha^2}{2}-c_9\alpha+\tilde{\tilde{c}}_1\frac{1}{6}+c_8\frac{1}{2}+c_9=0. \tag{1.10}$$

С учетом (1.4) гидродинамическое давление p определяется следующим выражением:

$$p=1+\left(1+\frac{\tilde{\alpha}}{2}\right)\frac{\tilde{c}_1}{\Lambda_1}\eta\sin\theta\quad \text{или}\quad p=1+\left(1+\frac{\tilde{\alpha}}{2}\right)\frac{\tilde{\tilde{c}}_1}{\Lambda_2}\eta\sin\theta. \tag{1.11}$$

Записывая систему (1.10) в матричной форме, получим:

$$M \cdot \vec{x} = \vec{b}, \tag{1.12}$$

где $\vec{x} = \{\tilde{\tilde{c}}_1;\ c_4;\ c_5;\ c_8;\ c_9\}$, $\vec{b} = \{0{,}0, -6\alpha; 0; -2\}$,

$$M = \begin{vmatrix} -\dfrac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ k\alpha^3 - \alpha^3 + 1 & 0 & 0 & 3k\alpha^2 - 3a^2 + 3 & 6 - 6\alpha \\ (1-k)\alpha^2 \dfrac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} & 2\alpha(k-1) & -2 & 0 & 0 \\ \alpha^2(k-1) & 0 & 0 & 2\alpha(k-1) & -2 \end{vmatrix}.$$

Решая систему (1.12), получим

$$\tilde{\tilde{c}}_1 = \frac{6 + 6k\alpha^2 - 6\alpha^2}{\Delta}, \quad c_4 = \frac{\dfrac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)}(3 - 6\alpha^2 - \beta^*\alpha^2 + 3\alpha^4 - \alpha\beta^* + 3k^2\alpha^4 - 6k\alpha^4)}{(\alpha k - \alpha + 1)\Delta},$$

$$c_5 = \frac{-\dfrac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)}\alpha(-3\alpha^2 - 3\alpha + 3\alpha^3 + 3 + 6k\alpha^2 - 3k + 3\alpha^3 k^2 - 3\alpha^2 k^2 - 6k\alpha^3 + 3\alpha k)}{(\alpha k - \alpha + 1)\Delta},$$

$$c_8 = \frac{4 - 4\alpha^3 + 4k\alpha^3}{\Delta}, \quad c_9 = \frac{-4\alpha^3 + 4k\alpha^3 - 3k\alpha^2 + 3\alpha^2 + 1}{\Delta}, \quad c_2 = kc_4, \quad c_6 = kc_8,$$

$$\Delta = -4\alpha^3 + 1 + \alpha^4 - 6k\alpha^2 + 4k\alpha^3 + k^2\alpha^4 + 4k\alpha - 2k\alpha^4 - 4\alpha + 6\alpha^2,$$

$$\frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} = 1 + \frac{\eta_1}{2\pi\omega}(\cos 2\pi\omega - 1), \quad \tilde{c}_2 = -\tilde{c}_1\left(1 + \frac{\eta_1}{2\pi\omega}(\cos 2\pi\omega - 1)\right),$$

$$\tilde{c}_1 = k\tilde{\tilde{c}}_1, \quad \tilde{\tilde{c}}_2 = -\tilde{\tilde{c}}_1 \frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)}. \tag{1.13}$$

Основные рабочие характеристики подшипника. Нормализованные показатели расходов Q_1 и Q_2 двухслойной смазочной жидкости определяются выражениями

$$Q_1 = \tilde{c}_2 \frac{\alpha^3}{6} + c_2 \frac{\alpha^2}{2} + c_3\alpha, \quad Q_2 = \frac{\tilde{\tilde{c}}_2}{6} + \frac{c_4}{2} + c_5 - c_6 \frac{\alpha_3}{6} - c_4 \frac{\alpha^2}{2} - c_5\alpha. \tag{1.14}$$

Используя формулы (1.13) и (1.14) для компонент нормализованной поддерживающей силы и нормализованной силы трения, придем к следующим выражениям:

$$\tilde{R}_y = \frac{R_y}{r_0 p_g} = \int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\theta}\cos\theta d\theta = \frac{\tilde{c}_1}{\Lambda_1}\left[\pi\eta + \frac{\eta_1}{2\omega}\left[\frac{\cos(\omega-1)2\pi - 1}{\omega+1} + \frac{\cos(\omega+1)2\pi - 1}{\omega+1}\right]\right]\left(1 + \frac{\tilde{\alpha}}{2}\right),$$

$$\tilde{R}_x = \frac{\tilde{R}_x}{p_g r_0} = -\int_0^{2\pi} \frac{2p}{2\theta}\sin\theta d\theta = -\frac{\tilde{c}_1\eta_1}{\Lambda_1 2\omega}\left[\frac{\sin(\omega-1)2\pi}{\omega-1} - \frac{\sin(\omega+1)2\pi}{\omega+1}\right]\left(1 + \frac{\tilde{\alpha}}{2}\right),$$

$$\tilde{L}_{\text{тр}} = \frac{\tilde{L}_{\text{тр}}\delta}{\mu_1\omega r_0^3} = \int_0^{2\pi}\left(\frac{\tilde{\psi}_1''}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{\upsilon}'}{h(\theta)}\right)_{\xi=0} e^{\tilde{\alpha}p} d\theta. \tag{1.15}$$

Итоги численного анализа полученных аналитических выражений для базовых эксплуатационных характеристик узла трения показывают следующее:

– при значении вязкостного параметра $\alpha \in [0, 1]$ несущая способность достигает максимума при величине параметра контура профиля $\omega = ½$;

– с увеличением вязкостного параметра α несущая способность подшипника возрастает на 5–10 %.

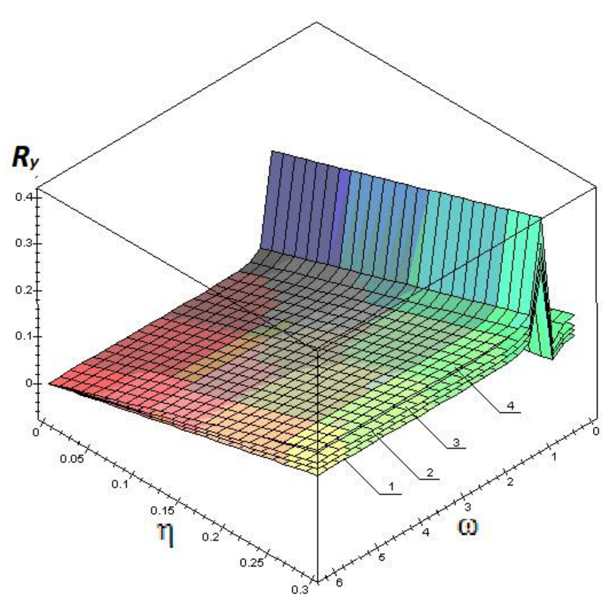


Рис. 1.2. Зависимость вертикальной компоненты безразмерной несущей способности R_y от параметра эксцентриситета η и параметра адаптивного профиля ω: *1* – α = 0,1; *2* – α = 0,2; *3* – α = 0,5; *4* – α = 0,9

Задача №2. Рассматривается установившееся течение двухслойной смазки в зазоре радиального подшипника конечной длины. Вал вращается с постоянной угловой скоростью Ω, а подшипниковая втулка неподвижна. Подача смазочного материала осуществляется в осевом направлении, а его вязкость выражается следующей экспоненциальной зависимостью от давления:

$$\mu_i' = \mu_{0i} e^{\tilde{\alpha}^* p'}. \tag{2.1}$$

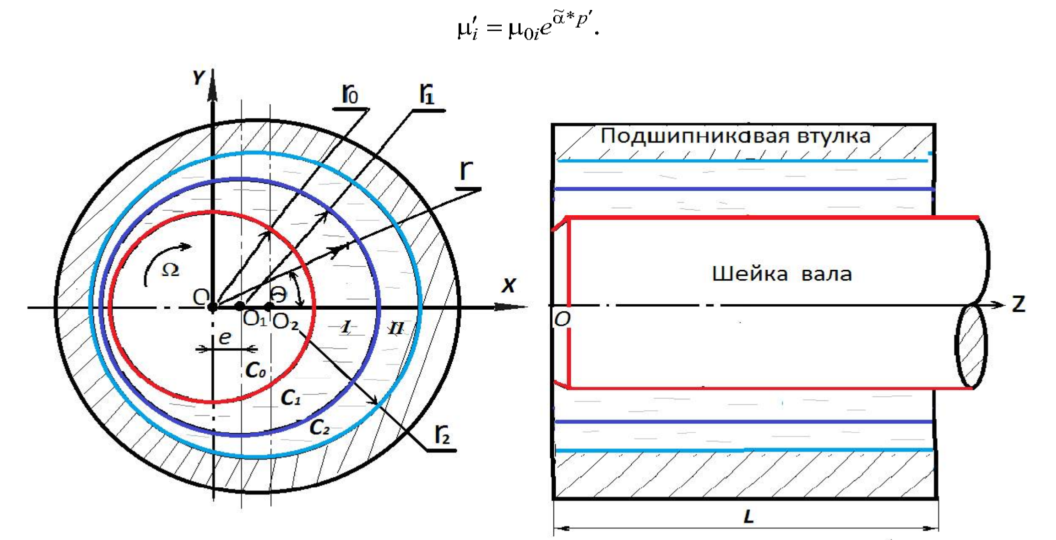


Рис. 2.1. Расчетная схема

В цилиндрической системе координат (r', θ, z') с началом в центре вала уравнения контуров вала, границы раздела слоев и адаптированного контура опорной поверхности запишутся в виде:

$$c_0 : r' = r_0; \quad c_1 : r' = r_0 + \delta\alpha + \alpha e\cos\theta - \alpha A\sin\omega\theta;$$
$$c_2 : r' = r_2 + e\cos\theta - A\sin\omega\theta, \quad \text{где} \quad \alpha \in [0,1], \delta = r_2 - r_0. \tag{2.2}$$

Исходные уравнения и граничные условия. Движение смазочной среды описывается системой уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости для приближения типа «тонкий слой» и уравнениями неразрывности

$$\frac{\partial^2 \upsilon_i}{\partial r^2} = \Lambda_i e^{-\tilde{\alpha}p} \frac{\partial p}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial^2 w_i}{\partial r^2} = \Lambda_i e^{-\tilde{\alpha}p} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial r} + \frac{\partial \upsilon_i}{\partial \theta} + \frac{\partial w_i}{\partial z} = 0 \ \ (i = 1, 2), \tag{2.3}$$

где размерные величины $r', z', u_i', \upsilon_i', p_i', \mu_i'$, описывающие распределение скоростей и давлений в смазочном слое, связаны с соответствующими стандартизированными величинами $r, z, u_i, \upsilon_i, p_i, \mu_i$ соотношениями

$$r' = r_0 + \delta r,\ z' = r_0 z,\ w_i' = \Omega r_0 w_i,\ \upsilon_i' = \Omega r_0 \upsilon_i,\ u_i' = \Omega\delta u_i,\ p' = p_g p,\quad \mu'_i = \mu_{0i}\mu_i. \tag{2.4}$$

Здесь u_i, υ_i', w_i' — компоненты вектора скорости смазочных сред; p' — гидродинамическое давление в смазочных слоях; μ_i — динамические коэффициенты вязкости в смазочных слоях; $\tilde{\alpha}$ — экспериментальная постоянная; $\Lambda_i = \dfrac{\delta^2 p_g}{\mu_0\Omega r_0^2}$, p_g — характерное давление.

Граничные условия на поверхности вала и подшипника записываются в виде

$$u_1|_{r=0} = 0,\quad \upsilon_1|_{r=0} = 1,\quad p(0,z) = p(2\pi, z);\quad w_1|_{r=0} = 0,\quad p(0,0) = 1,\quad p(0,1) = \frac{p_k}{p_g},$$

$$u_2|_{r=h(\theta)} = 0,\quad \upsilon_2|_{r=h(\theta)},\quad w_2|_{r=h(\theta)} = 0. \tag{2.5}$$

На границе раздела слоев граничные условия записываются в виде:

$$u_1|_{r-\alpha h} = u_2|_{r-\alpha h},\quad \upsilon_1|_{r-\alpha h} = \upsilon_2|_{r-\alpha h},\quad w_1|_{r-\alpha h} = w_2|_{r-\alpha h},$$

$$\frac{\partial\upsilon_1}{\partial r}\Big|_{r=\alpha h} = \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\partial\upsilon_2}{\partial r}\Big|_{r=\alpha h},\quad \frac{\partial w_1}{\partial r}\Big|_{r=\alpha h} = \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\partial w_2}{\partial r},\quad \frac{u_i}{\upsilon_i}\Big|_{r=\alpha h} = \alpha h'(\theta),$$

$$h(\theta) = 1 + \eta\cos\theta - \eta_1\sin\omega\theta,\quad \eta = e/\delta,\quad \eta_1 = A/\delta. \tag{2.6}$$

Граничные условия (2.5) означают прилипание смазки к поверхности вала и подшипника, периодичность гидродинамического давления, а также то, что при $\theta = 0$ давление задано в двух сечениях.

Условия (2.6) означают равенство скоростей, касательных и нормальных напряжений на границе раздела слоев, а также условие существования слоистого течения смазки, т. е. требуется, чтобы скорость точек границы раздела слоев в каждой точке была направлена по касательной к контуру раздела слоев.

Точное автомодельное решение. Точное автомодельное решение системы уравнений (2.3), удовлетворяющее граничным условиям (2.5) и (2.6), ищется в виде

$$u_i = -\frac{\partial\psi_i}{\partial\theta} + U_i(r,\theta),\quad \upsilon_i = \frac{\partial\psi_i}{\partial r} + V(r,\theta),\quad \psi_i = \tilde{\psi}_i(\xi),\quad w_i = \tilde{w}_i(\xi,\theta),$$

$$U_i(r,\theta) = -\tilde{u}_i(\xi)h'(\theta),\quad V_i(r,\theta) = \tilde{\upsilon}_i(\xi),\quad \xi = \frac{r}{h(\theta)},$$

$$\Lambda_1 e^{-\tilde{\alpha}p} = (-\tilde{\alpha})\int_0^\theta\left(\frac{\tilde{c}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{c}_2}{h^3(\theta)}\right)d\theta + (-\tilde{\alpha})a_1 z,\quad \Lambda_2 e^{-\tilde{\alpha}p} = (-\tilde{\alpha})\int_0^\theta\left(\frac{\tilde{\tilde{c}}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{\tilde{c}}_2}{h^3(\theta)}\right)d\theta + (-\tilde{\alpha})a_2 z,$$

$$a_1 = a_2\frac{\mu_2}{\mu_1},\quad a_2 = \frac{r_0}{l p_g}(p_k - 1),\quad a_1 = \frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}a_2. \tag{2.7}$$

Подставляя (2.7) в (2.3), (2.5) и (2.6), придем к следующей системе дифференциальных уравнений и граничных условий к ним:

$$\tilde{\psi}_1''' = \tilde{c}_2,\quad \tilde{\upsilon}_1'' = \tilde{c}_1,\quad \tilde{u}_1' + \xi\tilde{\upsilon}_1' = 0,\quad \tilde{\psi}_2''' = \tilde{\tilde{c}}_2,\quad \tilde{\tilde{\upsilon}}_2'' = \tilde{\tilde{c}}_1'',$$

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial\xi^2} = a_1 h^2(\theta),\quad \frac{\partial^2 w_2}{\partial\xi^2} = a_2 h^2(\theta),\quad \tilde{u}_2' + \xi\upsilon_2' = 0; \tag{2.8}$$

$$\tilde{\psi}_1'(0) = 0;\quad \tilde{u}_1(0) = 0,\quad \tilde{\upsilon}_1(0) = 1,\quad \tilde{w}_1(0) = 0,\quad \tilde{\psi}_2'(1) = 0,$$

$$\tilde{u}_2(1) = 0,\quad \tilde{\upsilon}_2(1) = 0,\quad w_2(1) = 0,\quad \tilde{\upsilon}_1(\alpha) = \tilde{\upsilon}_2(\alpha),\quad \tilde{u}_1(\alpha) = \tilde{u}_2(\alpha),$$

$$\tilde{\upsilon}_1'(\alpha) = \frac{\mu_2}{\mu_1}\tilde{\upsilon}_2'(\alpha),\quad \tilde{\psi}_1''(\alpha) = \frac{\mu_2}{\mu_1}\tilde{\psi}_2''(\alpha),\quad \tilde{c}_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1}\tilde{\tilde{c}}_1,\quad \tilde{c}_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1}\tilde{\tilde{c}}_2,\quad a_1 = \frac{\mu_{02}}{\mu_{01}}a_2,$$

$$\tilde{w}_1(\alpha,\theta) = w_2(\alpha,\theta),\quad \frac{\partial\tilde{w}_1}{\partial\xi}\Big|_{\xi=\alpha} = \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\partial\tilde{w}_1}{\partial\xi}\Big|_{\xi=\alpha},\quad \int_0^\alpha\tilde{\upsilon}_1(\xi) + \int_\alpha^1\tilde{\upsilon}_2(\xi)d\xi = 0. \tag{2.9}$$

Учитывая, что разделение смазочного материала на слои происходит вблизи неподвижной твердой поверхности, т.е. при значениях α, близких к единице, условие раздельного течения смазки $(\tilde{u}_i(\alpha)/\tilde{\upsilon}_i(\alpha)) = \alpha h'(\theta)$ в принятом нами приближении удовлетворяется. На самом деле из граничного условия

$$\tilde{u}_2(\alpha)+\alpha\tilde{\upsilon}_2(\alpha)+\int_\alpha^1\tilde{\upsilon}_2(\xi)d\xi=0 \qquad (2.10)$$

следует

$$\tilde{\upsilon}_2(\alpha)\left[\frac{\tilde{u}_2(\alpha)}{\tilde{\upsilon}_2(\alpha)}+\alpha+\int_\alpha^1\frac{\tilde{\upsilon}_2(\xi)d\xi}{\tilde{\upsilon}_2(\alpha)}\right]=0. \qquad (2.11)$$

Используя теорему о среднем значении, будем иметь

$$\tilde{\upsilon}_2(\alpha)\left[\frac{\tilde{u}_2(\alpha)}{\tilde{\upsilon}_2(\alpha)}+\alpha+\frac{\tilde{\upsilon}_2(\alpha^*)}{\tilde{\upsilon}_2(\alpha)}(1-\alpha)\right]=0, \quad \alpha^*\in(\alpha,1). \qquad (2.12)$$

Так как $\tilde{\upsilon}_2(\alpha^*)<\tilde{\upsilon}_2(\alpha)$, $(1-\alpha)<<1$, следовательно, с точностью до членов $0\left(\frac{\tilde{\upsilon}_2(\alpha^*)}{\tilde{\upsilon}_2(\alpha)}(1-\alpha)\right)$, будем иметь $\int_0^\alpha\tilde{\upsilon}_1(\xi)d\xi\approx 0$, $\int_\alpha^1\tilde{\upsilon}_2(\xi)d\xi\approx 0$.

Решение задачи (2.8)–(2.9) находится непосредственным интегрированием. В результате будем иметь

$$\tilde{\psi}_1'=\tilde{c}_2\frac{\xi^2}{2}+c_2\xi+c_3, \quad \tilde{\upsilon}_1=\tilde{c}_1\frac{\xi^2}{2}+c_6\xi+c_7, \quad \tilde{w}_1=a_1h^2\frac{\xi^2}{2}+d_1\xi+d_2,$$

$$\tilde{\psi}_2'=\tilde{\tilde{c}}_2\frac{\xi^2}{2}+c_4\xi+c_5, \quad \tilde{\upsilon}_2=\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\xi^2}{2}+c_8\xi+c_9, \quad \tilde{w}_2=a_2h^2\frac{\xi^2}{2}+d_3\xi+d_4,$$

$$\tilde{u}_1=-\tilde{c}_1\frac{\xi^3}{3}-c_6\frac{\xi^2}{2}+c_{10}, \quad \tilde{u}_2=-\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\xi^3}{3}-c_8\frac{\xi^2}{2}+c_{11},$$

$$p_1=\tilde{c}_1J_2(\theta)+\tilde{c}_2J_3(\theta)+a_1z+b_1, \quad p_2=\tilde{\tilde{c}}_1J_2(\theta)+\tilde{\tilde{c}}_2J_3(\theta)+a_2z+b_2,$$

$$\Lambda_1e^{-\alpha p}=\Lambda_1e^{-\alpha}-\tilde{\alpha}[J_2(\theta)\tilde{c}_1+J_3(\theta)\tilde{c}_2]-\tilde{\alpha}a_1z,$$

$$\Lambda_2e^{-\alpha p}=\Lambda_2e^{-\alpha}-\tilde{\alpha}[J_2(\theta)\tilde{\tilde{c}}_1+J_3(\theta)\tilde{\tilde{c}}_2]-\tilde{\alpha}a_2z,$$

$$J_k(\theta)=\int_0^\theta\frac{d\theta}{(1+\eta\cos\theta-\eta_1\sin\omega\theta)^k}. \qquad (2.13)$$

Для определения постоянных $c_i(i=2,...,11)$, $d_j(j=1,2,3,4)$, $\tilde{c}_1,\tilde{c}_2,\tilde{\tilde{c}}_1,\tilde{\tilde{c}}_2$ решим следующую алгебраическую систему из 18 уравнений с 18 неизвестными:

$$c_7=1, \quad c_{10}=0, \quad c_3=0, \quad -\tilde{\tilde{c}}_1\frac{1}{3}-c_8\frac{1}{2}+c_{11}=0, \quad \tilde{\tilde{c}}_1\frac{1}{2}+c_8+c_9=0,$$

$$\tilde{c}_2\frac{\alpha^2}{2}+c_2\alpha+c_3-\tilde{\tilde{c}}_2\frac{\alpha^2}{2}-c_4\alpha-c_5=0; \quad \tilde{\tilde{c}}_2\frac{1}{2}+c_4+c_5=0,$$

$$\tilde{c}_1\frac{\alpha^2}{2}+c_6\alpha+c_7-\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\alpha^2}{2}-c_8\alpha-c_9=0, \quad \tilde{c}_1=k\tilde{\tilde{c}}_1, \quad \tilde{c}_2=k\tilde{\tilde{c}}_2, \quad \tilde{\tilde{c}}_2=-\frac{\tilde{\tilde{c}}_1J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)},$$

$$\tilde{c}_1\frac{\alpha^3}{6}+c_6\frac{\alpha^2}{2}+c_7\alpha-\tilde{\tilde{c}}_1\frac{\alpha^3}{6}-c_8\frac{\alpha^2}{2}-c_9\alpha+\tilde{\tilde{c}}_1\frac{1}{6}+c_8\frac{1}{2}+c_9=0,$$

$$\tilde{c}_1\alpha+c_6=k(\tilde{\tilde{c}}_1\alpha+c_8), \quad \tilde{c}_2\alpha+c_2=k(\tilde{\tilde{c}}_2\alpha+c_4),$$

$$d_2=0, \quad a_2h^2\frac{1}{2}+d_3+d_4=0, \quad a_1h^2\frac{\alpha^2}{2}+d_1\alpha=a_2h^2\frac{\alpha^2}{2}+d_3\alpha+d_4,$$

$$a_1h^2\alpha+d_1=\frac{\mu_2}{\mu_1}(a_2h^2\alpha+d_3), \quad k=\mu_2/\mu_1. \qquad (2.14)$$

Решение системы (2.14) сводится к решению следующих двух матричных уравнений:

$$M\cdot\vec{x}=\vec{b}, \qquad (2.15)$$

где $\vec{x}=\left\{\tilde{\tilde{c}}_1; c_4; c_5; c_8; c_9\right\}$, $\vec{b}=\{0; 0; -6\alpha; 0; -2\}$,

$$M=\begin{bmatrix} -\dfrac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ k\alpha^3-\alpha^3+1 & 0 & 0 & 3k\alpha^2-3a^2+3 & 6-6\alpha \\ (1-k)\alpha^2\dfrac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} & 2\alpha(k-1) & -2 & 0 & 0 \\ \alpha^2(k-1) & 0 & 0 & 2\alpha(k-1) & -2 \end{bmatrix}$$

$$N\cdot\vec{y}=\vec{m}, \tag{2.16}$$

где $\vec{y}=\{d_1; d_3; d_4\}$, $\vec{m}=\left\{\dfrac{h^2\alpha^2}{2}(a_2-a_1);\ h^2\alpha(ka_2-a_1);\ -a_2\dfrac{h^2}{2}\right\}$,

$$N=\begin{vmatrix} \alpha & -\alpha & -1 \\ 1 & -k & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}. \tag{2.17}$$

Решая матричные уравнения (2.15) и (2.16), с учетом (2.14), будем иметь

$$\tilde{\tilde{c}}_1=\frac{6+6\kappa\alpha^2-6\alpha^2}{\Delta},\quad c_4=\frac{\dfrac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)}(3-6\alpha^2-3\alpha^4-\alpha\beta+3k^2\alpha^4-6k\alpha^4)}{(\alpha k-\alpha+1)\Delta},$$

$$c_5=\frac{-\dfrac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)}\alpha(3\alpha^3-3\alpha^2-3\alpha+3+6k\alpha^2-3k+3\alpha^3k^2-3\alpha^2k^2-6k\alpha^3+3\alpha k)}{(\alpha k-\alpha+1)\Delta},$$

$$c_8=\frac{4-4\alpha^3+4k\alpha^3}{\Delta},\quad c_9=\frac{-4\alpha^3+3\alpha^2+4k\alpha^3-3k\alpha^2+1}{\Delta},\quad c_2=kc_4,\quad c_6=kc_8, \tag{2.18}$$

$$\Delta=-4\alpha^3+1+\alpha^4-6k\alpha^2+4k\alpha^3+k^2\alpha^4+4k\alpha-2k\alpha^4-4\alpha+6\alpha^2,$$

$$\frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)}=1+\frac{\eta_1}{2\pi\omega}(\cos 2\pi\omega-1),\quad \tilde{c}_2=-\tilde{c}_1\left(1+\frac{\eta_1}{2\pi\omega}(\cos 2\pi\omega-1)\right),$$

$$\tilde{c}_1=k\tilde{\tilde{c}}_1,\quad \tilde{\tilde{c}}_2=-\tilde{\tilde{c}}_1\frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)},\quad d_2=0,\quad d_3=-d_4-a_2\frac{h^2}{2},$$

$$d_4=\frac{\dfrac{1}{2}\dfrac{k^2\alpha}{2}\left[ka_2\alpha-a_1\alpha+a_2(1-\alpha)\right]}{k\alpha-\alpha+1},\quad d_1=ka_2h^2\alpha+d_3k-a_1h^2\alpha.$$

Определение основных рабочих характеристик подшипника. Для гидродинамического давления в принятом нами приближении приходим к следующему уравнению:

$$\tilde{\alpha}p^2-2p+2-\tilde{\alpha}-\frac{2\tilde{\alpha}}{\Lambda_1}\left[\tilde{c}_1J_2(\theta)+\tilde{c}_2J_3(\theta)\right]-\frac{2\alpha a_1 z}{\Lambda_1}=0.$$

Решая это уравнение, с точностью до членов $0(\eta,\tilde{\alpha})$, $0\left(\tilde{\alpha}\dfrac{r_0}{l}\right)$, будем иметь

$$p=1+\frac{1}{\Lambda_1}\left[\tilde{c}_1J_2(\theta)+\tilde{c}_2J_3(\theta)\right]\left(1+\frac{\tilde{\alpha}}{2}\right)+\frac{a_1z}{\Lambda_1}\left(1+\frac{\tilde{\alpha}}{2}\right). \tag{2.19}$$

Приведем гидродинамические силы, возникающие в смазочных слоях и воздействующие на вал, к центру вала *O*. Для ортогональных проекций безразмерного главного вектора этих сил, действующих на единицу длины вала, главного момента и момента сопротивления осевому движению, получим выражения

$$\widetilde{R}_y = \frac{R_y \delta^2}{\mu_1 \Omega r_0^2} \int_0^{2\pi} \widetilde{p}_1 \sin\theta d\theta, \ R_x = -\frac{\mu_1 \Omega r_0^2}{\delta^2} \int_0^{2\pi} \widetilde{p}_1 \cos\theta d\theta,$$

$$\widetilde{L}_{\text{тр}} = \frac{L_{\text{тр}}\delta}{\mu_1 \Omega r_0^3} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\widetilde{\psi}_1''(\xi)}{h^2(\theta)} + \frac{\widetilde{\upsilon}_1'(\xi)}{h(\theta)} \right) |_{\xi=0} \, d\theta,$$

$$\widetilde{L}_{\text{тр.ос.}} = \frac{L_{\text{тр.ос.}}\delta}{\mu_1 r_0^3 \Omega} \int_0^{2\pi} \frac{1}{h(\theta)} \frac{\partial \widetilde{w}_1}{\partial \xi} |_{\xi=0} \, d\theta.$$

Выражения для расходов смазочной жидкости в окружном и в осевом направлениях, записанные в нормализованной форме, будут иметь следующий вид:

$$\widetilde{Q}_1 = \frac{Q_1}{\Omega r_0 \delta} \left[\int_0^{2\pi} \widetilde{\psi}_1'(\xi) d\xi + \int_\alpha^1 \widetilde{\psi}_2'(\xi) d\xi \right], \tag{2.20}$$

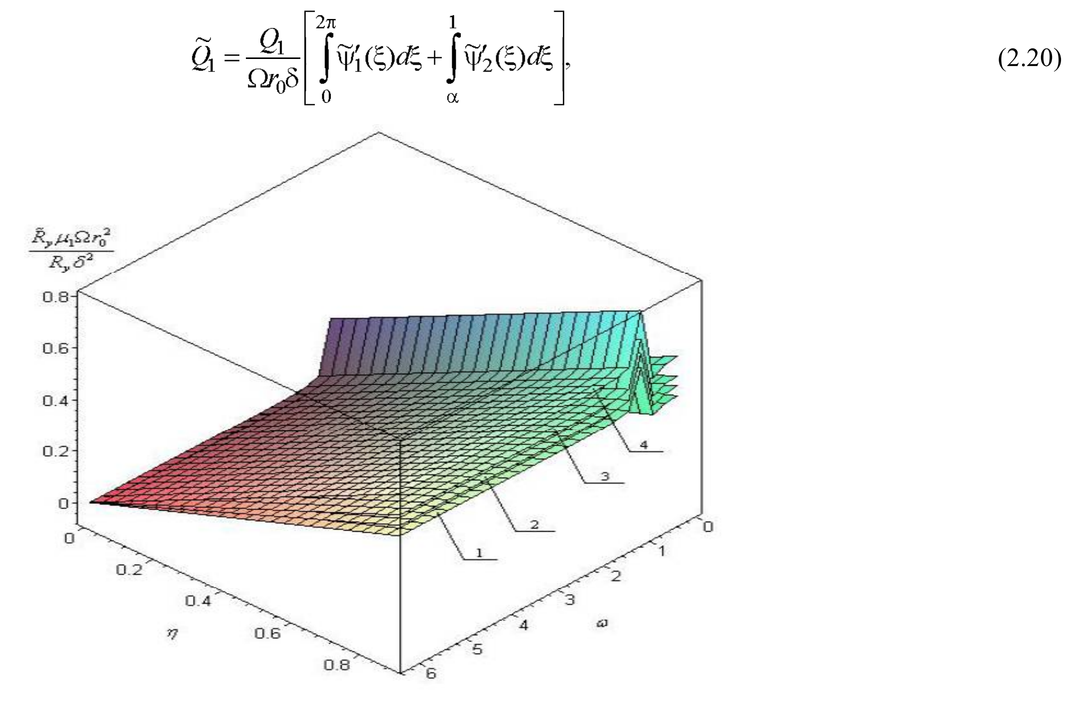


Рис. 2.2. Зависимость величины безразмерной несущей способности $\frac{\widetilde{R}_y \mu_1 \Omega r_0^2}{R_y \delta^2}$ от параметра расслоения смазочного материала η и параметра адаптированного опорного профиля ω при значениях вязкостных параметров: *1* – α = 0,1, $k_2/k_1 = 1$; *2* – α = 0,3, $k_2/k_1 = 1$; *3* – α = 0,5, $k_2/k_1 = 1{,}2$; *4* – α = 0,9, $k_2/k_1 = 1{,}3$

Проведение качественного анализа полученных аналитических выражений (2.20) для основных эксплуатационных характеристик узла трения позволяет сделать следующие выводы:

– компонента $\widetilde{R}_y$ безразмерной поддерживающей силы существенно зависит от вязкостного параметра α и вязкостных отношений k_2/k_1;

– в рамках принятых предположений максимум несущей способности достигается при значении параметра опорного профиля $\omega = \frac{1}{2}$;

– учет зависимости вязкости от давления приводит к повышению расчетной несущей способности.

– в рамках принятых предположений, с увеличением значений вязкостного параметра α, сила сопротивления для осевого движения смазочного материала увеличивается.

Рассмотрев расчетные модели радиальных подшипников можно сделать следующие выводы:

- анализ полученных расчетных моделей радиальных подшипников с круговым опорным профилем, работающих на вязком несжимаемом смазочном материале при его двухслойной стратификации, позволил установить, что как обычные подшипники, так и подшипники с пористым покрытием на шейке вала имеют зависимость несущей способности от параметра вязкости смазочного материала α, вязкостного соотношения его стратифицированных слоев k_2

и параметра α, разделяющего слои. Причем с ростом этих параметров величина несущей способности подшипника увеличивается, а при значении α = 0,2 имеет максимум;

- расчетные модели конечных и бесконечноразмерных радиальных подшипников, с адаптированным к условиям трения опорным профилем и двухслойным стратифицированным вязким смазочным материалом при зависимости его вязкости от гидродинамического давления, показывают при анализе, что несущая способность подшипников увеличивается с ростом вязкостного параметра α, параметра η и параметра опорного профиля ω, при значении которого ω = 0,5 несущая способность имеет максимум;

- Теоретические исследования модели радиального подшипника, смазываемого материалом с двумя стратифицированными слоями, один из которых является вязким, с зависимостью вязкости от гидродинамического давления, а другой обладает вязкопластичностью, позволили установить, что несущая способность подшипника растет с увеличением параметра вязкости α, параметра стратифицированных слоев α (при α = 0,2 имеет место максимум) и параметра пластичности $\tilde{A}$.

Библиографический список

1. Дерягин, Б. Н. К теории граничного трения / Б. Н. Дерягин. — Москва : Изд. АН СССР, 1957. — 234 с.

2. Ахматов, А. С. Молекулярная физика граничного трения / А. С. Ахматов. — Москва : Физматгиз, 1963. — 472 с.

3. Аэро, Э. Л. Микромеханика межконтактных структурированных слоев жидкости / Э. Л. Аэро, Н. М. Бессонов // Итоги науки и техники. Серия «Механика жидкости и газа». — 1989. — № 23. — С. 116–236.

4. Ахвердиев, К. С. Математическая модель стратифицированного течения двухслойной смазочной композиции в радиальном подшипнике с повышенной несущей способностью с учетом теплообмена / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник Рост. гос. ун-та путей сообщ. — 2011. — № 1. — С. 160–165.

5. Ахвердиев, К. С. Стратифицированное течение трехслойной смазки в зазоре радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник Рост. гос. ун-та путей сообщ. — 2010. — № 4(40). — С. 115–120.

6. Ахвердиев, К. С. Стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10. — № 2(45). — С. 217–222.

7. Ахвердиев, К. С. Стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре сложнонагруженного радиального подшипника конечной длины, обладающего повышенной несущей способностью / К. С. Ахвердиев, Е. Е. Александрова, М. А. Мукутадзе // Вестник Рост. гос. ун-та путей сообщ. — 2010. — № 1. — С. 132–137.

8. Ахвердиев, К. С. Стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойства / К. С. Ахвердиев, Е. Е. Александрова, М. А. Мукутадзе // Проблемы синергетики в трибологии, трибоэлектрохимии, материаловедении и мехатронике : материалы VIII междунар. науч.-практ. конф. — Новочеркасск, 2009. — С. 14–23.

9. Ахвердиев, К. С. Стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник Рост. гос. ун-та путей сообщ. — 2009. – № 4. — С. 133–139.

10. Okrent, E. H. The Effect of Lubricant Viscosity and Composition on Engine / E. H. Okrent // Friction and Bearing Wear. Part II. ASLE Trans. Vol. 4. 1961. — P. 257–262.

11. Prakash, J. Lubrication Theory for Micropolar Fluids and Its Application to a Journal Bearing / J. Prakash, Sinha, P. // Int. J. Eng. Sci., Vol. 13, 1975. — P. 217.

12. Tanner, R. I. Non-Newtonian Lubrication Theory and Its Application — to the Short Journal Bearing / R. I. Tanner //Aust. J. Appl. Sci., Vol. 14. 1963. — P. 29–36.

13. Tipei, N. Lubrication with micropolar liquids and its application to short bearings / N. Tipei // Trans. ASME. — 1979. — U.F. 101. — P. 356–363.

14. Wada Sanae. Hydrodynamic lubrication of journal bearing by pseudo-plastic lubricants. Part II, Theoretical studies / Wada Sanae, Hayashi Hirotsugu // Bulletin of JSME, 1971, 14, № 69. — P. 279–286.

15. Wada Sanae. Hydrodynamic lubrication of journal bearings by pseudo-plastic lubricants. Part I, Theoretical studies / Wada Sanae, Hayashi Hirotsugu // Bulletin of JSME, 1971, 14, № 69. — P. 268–278.

References

1. Deryagin, B. N. K teorii granichnogo treniya. [On the theory of boundary friction.] Moscow: Izd. AN SSSR, 1957, 234 p. (in Russian).

2. Akhmatov, A. S. Molekulyarnaya fizika granichnogo treniya. [Molecular Physics of boundary friction.] Moscow: Fizmatgiz, 1963, 472 p. (in Russian).

3. Aero, E. L., Bessonov, N. M. Mikromekhanika mezhkontaktnykh strukturirovannykh sloev zhidkosti. [Micromechanics of contact structured liquid layers.] Itogi nauki i tekhniki. Seriya «Mekhanika zhidkosti i gaza». 1989, no. 23, pp. 116–236 (in Russian).

4. Akhverdiyev, K. S., et al. Matematicheskaya model' stratifitsirovannogo techeniya dvukhsloynoy smazochnoy kompozitsii v radial'nom podshipnike s povyshennoy nesushchey sposobnost'yu s uchetom teploobmena. [A mathematical model of two-layer stratified flow of the lubricant composition in radial bearing with high load-bearing capacity with account for heat transfer.] Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobshcheniya, 2011, no. 1, pp. 160–165 (in Russian).

5. Akhverdiyev, K. S., et al. Stratifitsirovannoe techenie trekhsloynoy smazki v zazore radial'nogo podshipnika, obladayushchego povyshennoy nesushchey sposobnost'yu i dempfiruyushchimi svoystvami. [Stratified flow of three-layer lubrication of the radial bearing gap with increased bearing capacity and damping characteristics.] Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobshcheniya, 2010, no. 4(40), pp. 115–120 (in Russian).

6. Akhverdiyev, K. S., et al. Stratifitsirovannoe techenie dvukhsloynoy smazki v zazore upornogo podshipnika, obladayushchego povyshennoy nesushchey sposobnost'yu.[Stratified flow of two-layer lubrication in the clearance of thrust bearing with the increased bearing capacity.] Vestnik of DSTU, 2010, vol. 10, no. 2(45), pp. 217–222 (in Russian).

7. Akhverdiyev, K. S., Alexandrova, E. E., Mukutadze, M. A. Stratifitsirovannoe techenie dvukhsloynoy smazki v zazore slozhnonagruzhennogo radial'nogo podshipnika konechnoy dliny, obladayushchego povyshennoy nesushchey sposobnost'yu. [Stratified flow of two-layer lubricant in the complex-loaded finite-length radial bearing gap with increased bearing capacity.] Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobshcheniya, 2010, no. 1, pp. 132–137 (in Russian).

8. Akhverdiyev, K. S., Alexandrova, E. E., Mukutadze, M. A. Stratifitsirovannoe techenie dvukhsloynoy smazki v zazore slozhnonagruzhennogo radial'nogo podshipnika konechnoy dliny, obladayushchego povyshennoy nesushchey sposobnost'yu. [Stratified flow of two-layer lubrication in the thrust bearing gap with increased bearing capacity and damping properties.] Problemy sinergetiki v tribologii, triboelektrokhimii, materialovedenii i mekhatronike : materialy VIII mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [Problems of synergetics in tribology, triboelectrochemistry, material science, and mechatronics: Proc. VIII Int. Sci.-Pract. Conf.] Novocherkassk, 2009, pp. 14–23 (in Russian).

9. Akhverdiyev, K. S., et al. Stratifitsirovannoe techenie dvukhsloynoy smazki v zazore radial'nogo podshipnika, obladayushchego povyshennoy nesushchey sposobnost'yu i dempfiruyushchimi svoystvami. [Stratified flow of two-layer lubricant in the radial bearing gap with increased bearing capacity and damping characteristics.] Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobshcheniya, 2009, no. 4, pp. 133–139 (in Russian).

10. Okrent, E. H. The Effect of Lubricant Viscosity and Composition on Engine. Friction and Bearing Wear. Part II. ASLE Trans. 1961, vol. 4, pp. 257–262.

11. Prakash, J., Sinha, P. Lubrication Theory for Micropolar Fluids and Its Application to a Journal Bearing. Int. J. Eng. Sci., 1975, vol. 13, iss. 3, p. 217.

12. Tanner, R. I. Non-Newtonian Lubrication Theory and Its Application — to the Short Journal Bearing. Aust. J. Appl. Sci., 1963, vol. 14, pp. 29–36.

13. Tipei, N. Lubrication with micropolar liquids and its application to short bearings. Trans. ASME. 1979, U.F. 101, pp. 356–363.

14. Wada Sanae, Hayashi Hirotsugu. Hydrodynamic lubrication of journal bearing by pseudo-plastic lubricants. Part II, Theoretical studies. Bulletin of JSME, 1971, 14, no. 69, pp. 279–286.

15. Wada Sanae, Hayashi Hirotsugu. Hydrodynamic lubrication of journal bearings by pseudo-plastic lubricants. Part I, Theoretical studies. Bulletin of JSME, 1971, 14, no. 69, pp. 268–278.

Поступила в редакцию 26.01.2015
Сдана в редакцию 26.01.2015
Запланирована в номер 28.01.2015